エネルギー恒存の原理の成立（其の一）

坂本信太郎

一　はじめに

科学における一概念が、その妥当性と確実性を認められて普遍化し、原理として取上げられるようになるのには一朝一夕にしてではなく、驚くほどの長い時日を経てのことであるのはよく知られている。もっとも現代科学においては、その時間は昔日のそれに比して遙かに短日時になってきている。このことは現代科学の一特質である。

さて、そうした概念の形成は、多くの場合、多数の人々の中に始まり潜在的な姿のまま多数の人々の手を経て次第に成熟してゆき、或る一時機に至って爆発的に発芽し顕在的なものになり、やがて大樹となり、その後直線的にすくすくと伸び稔り豊かな果実をなすのである。そのままでは意識以前のものとして終ってしまうかも知れないこの概念を爆発的に発芽せしめ意識の俎上に乗せしめる人物が天才といわれる人々なのであるが、天才といえども、その始めから発芽までを全く独力で行うのではないのである。このことは科学が元来累積的、連続的という性格を持っていることを明らかに示すものである。

だからといって、このことは天才といわれる人々の栄誉をいささかも傷つけるものでもなければ、亦その地位を低下せしめるものでも決してないのである。

如何にしてそれを発芽せしめるかに最大の意義と困難さとがあるのであるから。

経験から体得した事実命題、帰納的方法によって得た経験命題に人は、それは「自明的」なものとして無条件、無意識に従って少しも危しむことなく疑うことをしないものである。

しかし「自明的」とは一体如何なることなのであろうか、それは、それについて誰もが熟考しないような仮定であるが、「熟考しない」には次の二つの場合がある。第一は既に一度充分にそれについて熟考しているがために熟考しないで好いのであり、第二は、そこに一つの問題が提起され得るということを未だ一般に考えもしなかった故に熟考しないのである。第一と第二とでは、同じ熟考しないといっても質的に大きな相違があるのであり、しかも人が「自明的」と言うときの殆んどの意はこの第二の場合なのである。これを「自明的」としないで、無意識の中から問題を引き出すところに天才の存在が見られ、その意義が見出されるのである。

新事実の発見と創造、それのみで科学の活動は終ったのではない。これは活動の第一歩にすぎないのである。元来人間の思考は保守的な傾向が強いのである。従来の考え方がどれほど新事実、新発見の下に再編されなければならなくなっても、容易にすぐにはそれを変えようとはしたがらないものである。ここに新事実・新発見への根強い抵抗があらわれてくるのである。こうした抵抗を払いのけ、その妥当性・確実性を誰にでも明らかに分るようにする努力が、なされなければならないのである。その為には、あらゆる角度からの試行を加へ、それに耐え得るや否やを験すると同時に、更に新なるものへの適用を試み、従来の諸現象のみならず、それらをも包括し得ることを忍耐強く示すことが行はれねばならない。我々は科学概念形成の途上に、天才の外にそうした事に熱心に従事する科学者達の一群を見出すのである。そして、これらの人々の努力によって、これらに充分答え得ることが明かにされた時、始めてそれは認められ新原理としての地位を獲得するに至るのである。

科学は多くの人々の努力の結晶なのである。営々として止むことを知らぬ人間の努力の表われなのである。この意味で科学の発展の姿こそ人間の真の歴史であるといわれるのである。

科学の発展にはこうした内部からの努力や要因の外に、外部的な要因を必要とする。そしてこの外部的な要因条件が、うまく調えられていると、驚くほどの速さで発展をし、或いは芽生が見られてくるのである。この条件・要因に時と所を得ないと、切角の天才の意義も努力もそのままに枯渇してしまうのである。

天才も亦社会から遊離して存することは出来ないのであり、社会によって育てられてくるのである。

科学の発展の有様をよく見詰め、よく理解することは、更にその発展を伸ばす為に必須な事である。

私は本稿において、以上のような点に意をおいて、科学発展の一断面を見詰めたいと思う。その一断面として、科学の世界での、自然界での最大の指導原理であるエネルギー恒存の原理を取り上げることにした。この原理については既に昨年の早稲田商学一三八号、「熱力学形成の過程」と題したノートで、簡単に触れているので重複することになるが、そこではエネルギー原理の最終過程のみを、それも概括的に述べているにすぎないので、今度はこの主題そのものに重点を置いて行くことにした。

紙数の都合上、其の一、其の二に分けることにした。

二　永久機関不能の原理

随分と古い頃から幾世紀もの長い間に亘つて、人類が徒らに頭脳を費し、実験に大きな努力を傾注し、その実現を計ったが、終にはそれが解決不可能の性質をもつものであり、どんなにしても製作し得ないものであると一般に認識されるに到ったような問題が数多く見受られる。

そうした問題の中の最大のものの一つが永久機関である。

永久機関とは、外部から、それに相応した一定の物質の消耗或は他の原動力の消費を供給することなしに独立して週期的に運転状態を保ち、任意の量の仕事をなし得るような機械である。簡単に言えば無より仕事を創り出す機械なのである。

こうした機械が若し製作し得るならば、その実用価値は極めて大きいこと言うまでもない。そこですぐれた小数の研究者達や、それより遙かに多数の人々により、この永久機関建造が企てられ求められ、そのために彼等の叡智が傾けられて来たが、そのことごとくの試み、努力が水泡に帰し、この世界においてはそれが不可能であることが示されたに過ぎなかった。

その結果は、如何なる手段を以てしても無から運動を創造することは出来ぬということが承認されざるを得なくなった。

この経験命題の認識から普遍的原理の正確な数学的形成に如何にして到達したか。

この経験命題はその不完全な形式にも抱らず、重要な含蓄多い結実性を含んでいた。

そして、それが人々の思考の中に愈々深く刻みこまれてゆく間に、実在する諸関係を全く一般的に証明するところの普遍的な理論が喚起され準備されていった。

三　静力学に於ける永久機関不能の原理

永久機関不能の原理は力学に於て繰返し応用され、その中から有効な諸概念を導出していった。その様子を先づ静力学（statics）に見てみよう。

ギリシヤ以前の遙かなる昔から人間は槓杆・挺子・滑車・斜面等の各種の簡単な力学的器械を持ち、これらを使用してピラミッド・オベリスク等の驚くべき事業を行っていたが、これらに関連して、物体の平衡（釣合）の条件を求める力学である静力学の部門が始められていった。

運動の原因或いは力を、そのような器械や物体に作用せしめるとき運動の原因が明確に存在するにも拘らず、或る一定の関係が力や運動に存在すると、その作用が現われないで静止の状態を保つ。その時、それらは平衡（釣合）の状態にあるといい、その一定の関係が平衡（釣合）の条件といわれるものである。例えば両腕の長さが相等しい槓杆の両端に同じ重さを作用せしめた場合がその最も簡単な例である。

こうした条件は経験的に、部分的に知られていたが、初めてこの問題をより一般的な場合に就いて取扱わんとしたのが、アリストテレス（Aristoteles. BC 384～22）・アルキメデス（Archimedes. BC 287～12）であった。

「力学の諸問題」の著者とみられるアリストテレスは完全に均等に作られた槓杆が平衡にあるのは「自明的」であるとして、槓杆の両端で釣合っている二重量の比は、腕の長さに反比例すること、或いは腕が運動した場合、腕の両端の画く孤の長さは重量に逆比例することを知っていたといわれる。

アルキメデスもアリストテレスと同じ様に、

「(支点より）相等しき距離に作用する相等しき重量は釣合う。」

「(支点より）異なる距離に作用する相等しき重量は釣合わずして距離大なるものが下る。」

を出発点とし、対称的な性質を有する形態に於ては、一方的な過程は自ら起ることがない、という対称の原理を使用して、

「重さを比較し得べき二つの物体は、その重量が（支点よりの）距離に反比例する場合に釣合う。」

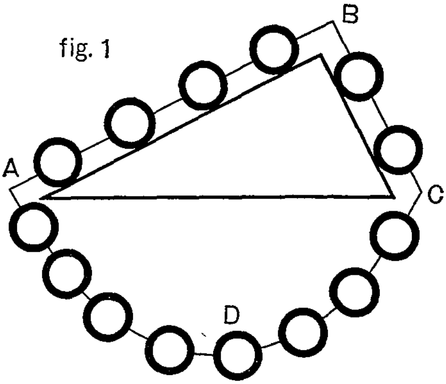
という法則を得た。

これらの法則の中には無意識的ながら、重量の外に距離もまた運動を決定する要素であるという経験が既に含まれているのを見ることが出来る。これは後に仮想変位の原理といわれるものに相通ずるものであった。

そして、この簡単な法則は近世の物理学者達、伊のレオナルド・ダ・ヴインチ（Leonard da Vinci. 1452～1919）・ガリレオ・ガリレイ（Galileo Galilei. 1564～1642）・オランダのステヴィン（Stevinus Stevin. 1543～1620）に影響を与え彼等によって拡張せられていった。就中レオナルドの、これらに対する考察の結果は、大きくガリレオやステヴィンの研究に取入られた。

平衡の問題に於て、より困難な次の問題は、種々の傾角を持つ斜面に沿っての力は如何なる条件下に平衡を保つかであった。

fig. 1



この問題を独創的な方法で解決したのがステヴィンであった。彼は任意の傾を持った二つの斜面を組合せて出来る三角柱ABC（AB＝2BC・ACは水平）と斜面に沿って滑ることの出来る数個の重い球を等距離に結びつけた閉ぢた鎖とを考え、これを左の斜面に4個、右には2個の球があるように懸けた。この場合、鎖は釣合を保つか否かの二つの場合しかない。今、左側には2倍の重さが働いているから、その過重の為に運動が起るとすると、鎖はいくら動いても常に左側に4個、右側に2個の球が存在し、その状態は前のものと少しも変らないから、運動の原因は絶えず存続することになる。

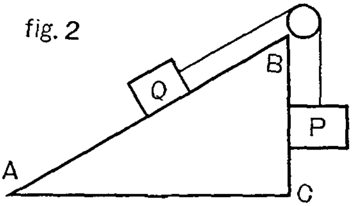
故に一度動けば、永久に運動を継続することになり、ここに不断の運動が

無から生ずることになる。これこそ永久運動、永久機関の出現であるが、このような装置の不可能であることから、あり得る状態は第一の場合の釣合のみであると結論した。

そしてこの平衡は底辺の両端から垂れ下っているADC部分を取り除いても乱されないから、これを取除けば、斜面上にある力の平衡条件として、同一の高さの斜面に於ては重量の作用は斜面の長さに反比例する、が得られる。これがステヴィンの斜面の原理である。

ガリレオも亦ステヴィンと同様の方法を駆使し、アリストテレス・アルキメデス・ステヴィンの諸発見と密接に関連した力学の諸原理を発見していった。（動力学の部分に関しては次節で述べる。）

fig. 2



斜面の長さABが高さBCの2倍に等しいような斜面上に於いて、AB上の重量Qが、BCに沿って作用する重量Pと釣合を保つのは $P = Q/2$ なる場合である。今重量Pを高さhだけ下に動かせばQも斜面ABに沿って同じ距離hだけ上る。ガリレオは更に、この現象をよく考察して、釣合は重量のみによって決定されるのではなくて、重量が地球の中心に近づき或いは遠ざかる可能的な距離にも関係して決定されることを知った。

さて $P = Q/2$ が鉛直に下るときは、Qは斜面に沿ってはh上るが、鉛直の方向には$h/2$しか上っていない。両側における重量と、鉛直方向への道程の積を見てみると、

$$P \cdot h = (Q/2)\, h = Q\,(h/2)$$

となり、等しいことになる。従って「落下する重量によって、より大なる重量が持ち上げられる場合、（重量）×（道程）＝（一定）である。」

そこでガリレオは、器械に於ては、力の節約に相等した距離の損失のあることを発見したのである。ここに仕事、

即ち（力）×（力の方向への移動距離）或いは（物体の移動した方向への力）×（移動距離）を以て表はされる仕事なる概念の発生を見出すことが出来る。この概念を用いるならば、ガリレオのこの発見は、

「器械に於ては、仕事を創出すことは出来ない。」

であり、仕事保存の根本思想の獲得であった。亦この考えは仮想変位の法則への発展につながるものであった。ルネサンスの人、レオナルドの研究は、その手記に述べられているのであるが、その手記は日記体のものであり、種々の思い附きや、見方や研究の基礎を述べたのみであって、一つの原理によって、その研究を統一しようと努めたものではなかった。その中に彼が明らかに仮想変位の法則や、仕事の概念を有していて、ガリレオに先立って、彼と同様のことを述べていたのが分る。

彼は言っている、

「一つの力が一つの物体を一定の時間内に一定の距離動かし得るなら、この力は同時間内にこの物体の半分を二倍の距離だけ動かすことが出来る。」

即ち或る一定の高さを落下する一定の水量は、この水を以て一つの水車を動かすことも出来るし、又二つの相等しき水車を動かすことも出来るが、第二の場合に於ても、そのなす処は、第一の場合に等しいということである。

この場合に明らかに伺えることは、永久機関は不可能であるという考えを彼が明瞭に持っていて、これを用いていることである。永久運動不能の原理は、レオナルドによって発展させられ、非常に明白に主張されるに至ったのである。そして、それがステヴィンやガリレオに引継がれたのである。

仮想変位の法則についてふれておこう。

仮想的変位とは、そのシステムの結合の状態を破らざる互に適合した変位の一群をいうのであり、多く場合無用の

錯綜を避けるために出来得るかぎり小さく仮定せられるものである。

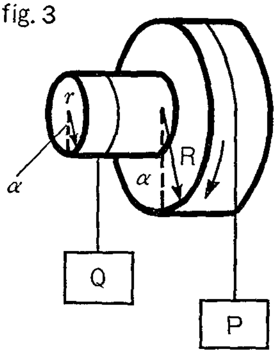


fig. 3

例えば、半径 R 及 r の輪軸に重量 P・Q が懸けられたシステムがあるとする。この場合図の様に微小角 α だけ輪軸が回転したとすると、このシステムの結合状態を破らざる互に適合した変位は、P が $R\alpha$ だけ下り、Q は $r\alpha$ だけ上る。この変位が仮想的変位である。

そして前記のステヴィン・ガリレオ両者の考えに従えば、釣合の場合には

$$P \cdot R\alpha = Q \cdot r\alpha$$

でなければならないことが言える。

運動しつつある重い物体のシステムと、それとよく似てはいるが釣合の状態にあるシステムとを比較するとき、この二つの場合の相違を決定するものは何であるのか、

その一の場合に存在して、他の場合に存在せざる運動を決定するものは何か、

ガリレオはこの問題を考えて、運動を決定するものは重量のみではなく、その下り得る鉛直距離にも関係することを知ったのであった。

重い物体のシステムにおける各重量を P・P′・P″ ……とし、これらの重量が同時になし得る可能的なる鉛直方向の変位を $h \cdot h' \cdot h''$ ……とするとき（但し下方に向う変位を正・上方に向うのを負とする）

$$P \cdot h + P' \cdot h' + P'' \cdot h'' + \cdots\cdots = 0$$

なる事が釣合の条件をなすこと、そして

$$P \cdot h + P' \cdot h' + P'' \cdot h'' + \cdots\cdots$$

なる和が釣合を破り、運動を規定するものなることを認めたのである。

これが釣合に関する仮想変位の法則の原型であった。この法則の一般の形式はヨハン・ベルヌーイ（Johan Bernoulli. 1667～1748）が一七一七年発見した。

A・B・C……の点に力 P・P′・P″……が作用するとき、これらの点の結合状態に適合した任意の微小な（仮想的）変位 v・v'・v''……を与えたとする。これらの変位の力の方向への変位を s・s'・s''……とする。（その向きは力の向きと一致したとき正、反対のとき負とする）今 Ps・$P's'$・$P''s''$……の積を考える。これは仮想的な仕事である。すると釣合の場合

$$Ps + P's' + P''s'' + \cdots\cdots = 0 \quad \text{或いは} \quad \sum Ps = 0$$

これが仮想変位の原理の一般的型式である。

ベルヌーイはヴァリニョンに宛てて出した手紙の中でこのことを次のように言っている。

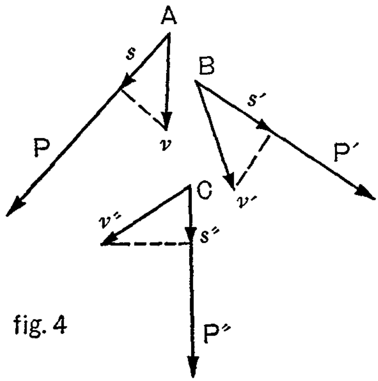


fig. 4

「任意の力の平衡において、それらの力が如何なる仕方で与えられようとも、如何なる方向に互いに働こうとも、直接的であろうと、間接的であろうと、常に正のエネルギーの総和は、負のエネルギーを正にとった総和に相等しい。」

茲に彼がエネルギーといっているのは、力とその力の方向にとった径路との積であった。

ニュートン（Isaac Newton. 1624～1727）によって、運動状態を変化せしめる原因が力であると、力の概念の拡張が行われたが、それまでは、力は殆んど常に重い物体を引く又は圧するものとして考えられ取扱われていた。従って

得られる力学的法則も重量に関してのものだった。しかし一旦その拡張なされると、任意の力に向って力学的法則は拡げられていった。仮想変位の法則も例外でなかった。十八世紀末ラグランジュ（J. L. Lagrange. 1736～1813）はこの原理は、重さはそれ自身自発的に上昇することは出来ないという事実に根源があるとして、これに美しい数学的形式を与え、解析力学理論の中に導入した。

正に仮想変位の法則は、永久機関不可能の原理の発展の成果であり、全静力学の根本原理であった。更に言うならば、この中にエネルギー概念の最初の認知し得べき源泉を見るのである。

四　動力学と活力恒存の法則

静力学の分野から仕事と名附けられるエネルギーの形が現われてきたが、運動の力学である動力学（dynamics）の分野からは運動エネルギーの概念が出現してきた。

動力学はガリレオに始まった。彼は当時支配的であったアリストテレスの解釈に対して、物体の自由落下の正しい方式化を与えた。

自由落下の物体は、一様な地球の重力を受けて等加速度運動をし、其際通過する距離をs・落下に要した時間をt・落下の速度をvとすると

$$s \propto t^2 \qquad s = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v \propto t \qquad v = gt$$

$$\therefore\ s \propto v^2 \qquad s = \frac{1}{2g} v^2$$

なることを発見した。(但し g は重力の加速度で大体一定の値を持つ。その値は $980\ ^{cm}/_{sec^2}$)

そしてこのことと、永久機関不可能の原理を用いて次の事を認めた。

「鉛直に h の高さを自由に落下する時に、物体の得る速さは、同じ高さの斜面に沿って落ちる場合に得る速さに等しく、軌道の傾斜には無関係である。」

何故なら、自由落下する物体の得る速さは時間に比例して増す。今この物体が下に来た時の速さを逆向きにして上方に向ければ、物体は上に向って運動を始めるが、今度は時間に比例して速さが減少し、落下しただけの距離を上って初めの高さに達すると 0 になる。従って、物体はその落下によって得た速さで丁度初めの高さまで上ると考えねばならない。今若し斜面に沿って落ちる場合に、同じ高さを鉛直に落下した場合の速さより大であるとすると、かくして得た速さで、その物体を落ち始めた点より高い点に上げることが出来る。そしてこの場合我々は重い物体をそれ自身の重量のみによって次第に高い処へ上げることが出来ることになる。若し、これとは反対に斜面上で得られる速さが小さいとすれば、この手順を逆にすれば、やはり前と同一の結果が得られる。いづれの場合に於てもここに永久機関を実現せしめることになるが、ガリレオはかかることは不可能である。故に任意の軌道を落下する時に得る速さは、始点と終点との鉛直距離にのみ関係するとの結論を得たのである。

彼はこの結論を、更に進んで実験をして確めている。それは重い球を吊した糸で出来ている振子を取り、糸を弛めずに一定の高さ A まで上げて球をはなすと、球は反対側で前と同じ高さの水平面 B まで上る。孤を画く振子の運動は異なれる傾斜を有する一群の斜面上の落下運動と見做せる。糸の釣合 OC 線上に釘 $e \cdot f$ を打っておくと、糸はこの位置まで振れてきて釘にふれる。弧 AC を画いて落ちてきた球は他の続いてる斜面、つまり弧 Cn 或いは Cm を画いて上る。若し斜面の傾きが落下速度に影響を及ぼすとすると物体は始めの水平面には来ないであろう、が事実

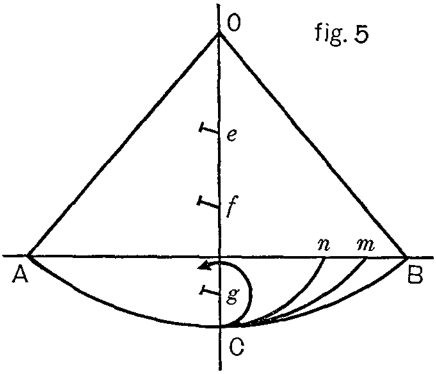


fig. 5

始めの高さまで上る。釘の位置をいくらか変えても結果は同様である。

処で釘の打つ場所をずっと低い g にして、糸の残りの部分がこの水平面に届かないようにすると球は回転して糸は釘に巻付くようになる。これは球が到達すべき最高の点に達しても、なお速さが 0 にならないからである。

ガリレオの発見として、よく知られているものに振子の等時性がある。これは長さ l の糸に重い球（質量 m）を附した振子の一往復に要する時間、即ち周期 T は、

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

であって、糸の長さにのみ依って、球の質量の如何には無関係であるということである。

処で一つの物体の任意の点を支えて振らせた場合にも、ここに一個の振子が出来るが、この時の周期はどうであろうか。

この問題は、多数の学者により研究されたが、オランダのホイヘンス（Christiaan Huygens. 1629～1695）により最初の解答が与えられた。

ホイヘンスは正にガリレオの後継者であり、ガリレオと同格に列せらるべき人であった。彼の研究に際しての方法をみてみよう。

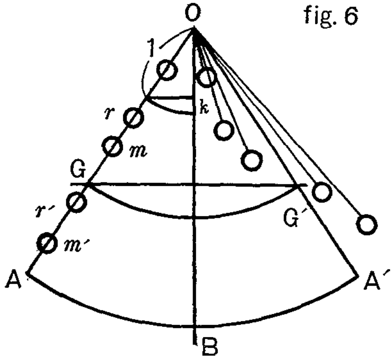
今度の振子は、ガリレオが考えた簡単な振子（単振子）より、より複雑であり、種々の長さを持つこの単振子を多

数結合してつくられた複合振子と考えられる。長さの異なる多くの単振子のうち短いものは早く、長いものは遅く振動する。従って、これらの単振子群を全部結合して一つの振子にするなら、長いものの振動は早くされ、短いものは遅くなり、結果としてその中間の周期が現れると想像出来る。

ホイヘンスの研究の出発点は、ガリレオの考え方の拡張であった。

「振子の物質が相互にどのように運動に変化を及ぼし合うにしても、振子が落下により得る速さは、各部分が結合されていると否とに抱らず、振子の重心が丁度始めの高さまで上ることが出来るようなものでなければならない。」そうでなければ、重い物体を自身の重量によって任意の高さまで上げることが出来、ここに永久機関が出現するからというのであった。

fig. 6



直線的な形をした複合振子 OA を考えよう。OA は振動を始めて、B 点を通過して OA′ に至る。その重心 G は反対側で丁度始めの高さの点 G′ まで上る。今 OB の位置に来たとき突然 OA を、その構成要素の単子振に、ばらばらにほどいたとする。各単振子は、結合して落下することによって得た速さで、今度は上に上り、短い振子は OA′ の下側に於て、長い振子は上側に於て停止するが、その重心 G_1 は G を通る水平面上に来なければならない。

OA 上で O から 1 なる距離の点は、振子が釣合の位置 OB に来たとき、その高さは k だけ下るとする。すると $r \cdot r' \cdot r''$…… の距離にある質量 $m \cdot m' \cdot m''$……なる点の下る高さは、$rk \cdot r'k \cdot r''k$……になり、その重心は

$$\frac{mrk + m'r'k + m''r''k + \cdots\cdots}{m + m' + m'' + \cdots\cdots} = k\frac{\sum mr}{\sum m}$$

だけ下ることになる。

亦1なる距離の点が OB 線上を通過するときの速さを v とすると、この点が結合を解れた後に上る高さは、ガリレオの式から $\frac{v^2}{2g}$ である。同様に他の質点の上る高さは $\frac{(rv)^2}{2g}\cdot\frac{(r'v)^2}{2g}\cdot\frac{(r''v)^2}{2g}\cdots\cdots$ となる。これらの質点の重心の上る高さは

$$\frac{m\frac{(rv)_2}{2g} + m'\frac{(r'v)^2}{2g} + m''\frac{(r''v)^2}{2g} + \cdots\cdots}{m + m' + m'' + \cdots\cdots} = \frac{v^2}{2g}\,\frac{\sum mr^2}{\sum m}$$

前述したホイゲンスの根本法則によると

$$k\frac{\sum mr}{\sum m} = \frac{v^2}{2g}\,\frac{\sum mr^2}{\sum m}$$

となる。そして

$$v = \sqrt{2gk}\,\sqrt{\frac{\sum mr}{\sum mr^2}}$$

さて、長さ1なる単振子がこの条件の下に得る速さは、この式で $r = 1$ とおけば

$$v_1 = \sqrt{2gk}$$

その周期 T_1 は

$$T_1 = 2\pi\sqrt{1/g}$$

複合振子の周期 T は、この二つの振動の振幅が同じとすると

$$\frac{T}{T_1} = \frac{v_1}{v}$$

$$\therefore\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\sum mr^2}{g\sum mr}}$$

として求められた。

これを導出した根本法則の中には、速さ（厳密には運動エネルギー）を決定するものは、仕事であるという認識が含まれていることが重大である。

一般に重量 $w \cdot w' \cdot w''$…… なる物体の集合を考え、これが互に結合しているか否かに関らず、$h \cdot h' \cdot h''$…… なる高さを落下し、速度 $v \cdot v' \cdot v''$…… を得たとするならば、重心の下る距離と、上る距離は等しいとするホイヘンスの考え方からは

$$\frac{wh + w'h' + w''h'' + \cdots\cdots}{w + w' + w'' + \cdots\cdots} = \frac{w\dfrac{v^2}{2g} + w'\dfrac{v'^2}{2g} + w''\dfrac{v''^2}{2g} + \cdots\cdots}{w + w' + w'' + \cdots\cdots}$$

$$\sum wh = \frac{1}{g}\sum\frac{wv_2}{2}$$

なる方程式が成立する。これは明かに仕事保存の根本法則に導かれているのであり、これは更に一歩すすんだ保存法

則の発展を導出するものであった。

ホイヘンスには未だ質量なる概念はなかったが、この概念を用いて w/g を質量 m に置き換えると

$$\sum wh = \frac{1}{2}\sum mv^2$$

にすることが出来る。この式の左辺は、落下の場合の重力のなす仕事であり、右辺は正に、我々が後に運動のエネルギーと名附けた一種のエネルギーであった。そして、ここに

（落下の場合の重力の仕事）＝（運動のエネルギー）

なる法則が現われてきたのである。

このようにホイヘンスの業績には、重力に適用されたエネルギーの法則が含まれていた。

更に亦、衝突現象の研究から、この mv^2 なる物理量は、その衝突の前後に於て保存され、変化しないことを認めたのである。

mv^2 なる物理量に対して一六九五年、ライプニッツ（Gottfried Wilhelm Leibniz. 1646～1716）は活力 "Vis Viva" なる名称を与えた。この活力なる語は、彼がニュートン的な力を死力 "Vis mortua" といい、これと区別せんが為につけたのである。ニュートンは力を直接筋肉の努力感からもたらされる圧力と解し、この圧力が単位質量に単位時間に生ぜしめる速度によって、力の大きさを計量する、として力の概念を確立した。しかもこの力の概念は、後に記するデカルト（René Descartes. 1596～1650）によって用いられた力の意味に於てであった。そこで、ライプニッツは彼の力の表現方式との混乱を避けるために、ニュートンの力、静止せる物体が他の物体に及ぼす圧力を死力と言って区別したのである。

かくして「仕事行為、活力生産は何等かの補償なくしては生じ得ない。」との原理、即ち運動や作用の不変性、不滅性を表明する或原理の存在は次第に顕在的なものになっていった。

其の後に於ける、これに関しての主なる問題は、こうした原理そのものの承認とか否定に関してではなく――この原理そのものの妥当性は誰もが等しく認めるところのものであった――一体如何なる出来事の中にその補償を見出すか、その補償の大きさは、なされた或は消費されたる仕事に対してどんな関係を有するかにあった。如何なる表現をすれば最もよく補償の作用を測定出来るか、何を為された仕事の等量価値とみなすかであった。

この部分に最も重大な意見の相違と誤解があったのである。

自由落下の運動に就ての、ガリレオが得た関係式から分るように、物体を投げ上げる際、速度を2倍にすれば2倍の時間だけ上方に運動し、上昇の距離は4倍になる。

ガリレオ以後間もなく人々は、物体の持つ速度には、何か力に相当する処のもの、つまり力に打ち勝つ処の或るもの、或る「能力」が含まれている事に注意した。

ただこの能力が速度に比例したものであるのか、或いは速度の自乗に比例したものであるかについて、デカルト派の人々は前者を、ライプニッツ派の人々は後者を主張して、激しい論争を起すことになった。

既にガリレオは運動する物体の有する力に就て述べ、時にはそれを運動量（momentum）と呼び、時には力積（Impulse）、或いはエネルギーとも呼んでいた。運動量はその物体の有する質量とその速度との積に比例すると考えていた。デカルト派はこの考えをとり、二単位の力は同一時間に同一物体にあっては、二単位の速度を生ずるから、運動せる物体の有する力は、 mv に等しいとおき、これを運動量（quantity of motion）と名附け、次のように主張した。

「運動の原因に就ては二重に考えねばならぬ。その一は宇宙に於けるあらゆる運動に共通なる一般的にして本源的なる原因である。第二は個々の物体が以前に持っていなかった運動を、それより獲得する処の特殊の原因である。一般的なる原因は神以外に存せざる事明白である。神は開闢の初めに物質と共に運動と静止を創造し、而して神は創造せる運動と静止の量を全体として一定に保つたのである。運動は物体の状態に過ぎぬとしても、それには確定せる一定の量が存在し、個々の物体に於てはその量は変化しても、宇宙全体に於ける運動量は常に一定である。我々は一つの物体の二分の一の大いさの物体が二倍の速さで運動している場合に、この二つの場合に於ける運動の量は相等しいと見做すのである。或る部分の運動が遅くなったとすれば、それと同じ大きさの他の部分の運動が同一の割合で速くならねばならぬ。我々はここに於ても亦神の完全性を認めることが出来る。即ち神は自身永久不変であるのみならず、その働きも亦不変的であり恒常的である。従って明瞭な経験即ち神の啓示が我々に示す変化、即ち我等の見解並びに信仰に従えば、創造者自身には何等の変化なくして外界にのみ現れる変化は、神の働と認めるより外はない。若しかく考えないならば、神の不変性が失われることになる。従って神は物質の創造に際して物質の各部分に種々の運動を与え、物質をその創造の時と同じ状態で同じ関係に保存すると共に、運動の量も一定に保つ、と考えることは極めて合理的である。」とし、彼はその主張の妥当性を神学的観察によって支持した。

一方、ライプニッツはデカルトに反対して、活力 mv^2 を運動せる物体の有する真の力の量と考えた。何故なら、すべての物体は落下によって得た速さを以て、その物体が落下しただけの高さまで上り得る。実験によれば m なる物体を $4h$ の高さに上げる場合と、$4m$ なる物体を h の高さに上げる場合とは同一の力を要する。第一の場合に落下によって得る速さは、ガリレオの法則に従って、第二の場合の二倍を与えなければならない。然るに同一の結果には同一の原因が属していなければならないから、m なる物体に二単位の速さを以て内存する力は、$4m$ なる物体に一

単位の速度を以て内存する能力に等しく、従って力の真の量は mv^2 によつて定められねばならない。

彼は一六九六年にド・ロスピタルに宛てた手紙の中で、デカルトとの論争に就いて次のように記している。

「原因結果同一の原理、即ち力学的永久運動の不可能ということが、私の力評価の土台になっていることがおわかりになったであろう。従ってこれは、つねに不変不易の同一に保たれ、いいかえれば、一定の作用を惹き起したり、一定の高さに或る重さを持ち上げたり、或いは、バネを伸ばしたり、一定の速度を与えたりするために必要な量は、つねに保持されるのであって、よしそれらの作用の一部分――決して勘定に入れることを忘れてはならないものであるが――は物体自身のもはや認知し得ないような部分、若しくはその外囲によって吸収せられることがあっても、全作用に於ては、瑣少といえども獲得せられたり、或いは消失せられたりすることがないのである。これに反して（デカルトの）運動量が自然に於て保存せられねばならぬということに対しては、全く証明がないのである。我々が自然に於て観察し得る諸物体に於ては、経験は之に反するし、また理性は、物質の認知不可能な部分からそのような保存をひき出す動機を、決して我々に与えないのである。そうして、そのような部分に於ても、つねに目で見得る知覚可能な物体に於けるのと割合に於て同一の作用を、我々は前提しなければならないのである。しかし、このことに関して私の見解の基礎となるものは、明らかに、衝突に於ける経験ではなくむしろ、この経験其のものに対して説明を与え、未だ実験も規則も存しないような場合をも決定する――而も唯一途に原因結果同一の原理から決定を与えるところの――原理なのである。」

デカルトもライプニッツも、力の概念に対して各々異なれる見解を主張したが、共に世界の諸現象が示す運動と作用の因果の連鎖の中には、常に不変な何物かが存在しているのであり、この何者かを力と呼ぶのだとする点に於ては共通の出発点に立っていたのである。

であるから、ここでも問題は、この原理の承認に関してではなく、不変とみられるものの大きさの等量価値に関してであった。

ニュートンは力の恒存の原理を動力学に導入することには何の功績も残さなかった。特にデカルトやライプニッツが行ったような宇宙の完結性や力の全量に関する観念を発展させたりすることには無関心であった。

十八世紀に於て力の恒存の原理を研究し、ホイヘンスが用いた活力保存の法則を一般化したのは、ヨハン及ダニエル・ベルヌーイ (Daniel Bernoull. 1700~1782) であった。

ヨハンは繰返し活力の恒存 Conservatio Virium Vivarum に就いて述べ

「吾々はあらゆる活力がそれぞれ定まった量をもち、そのうちからは凡そ生み出された効果となって再び現れて来ないでそのまま失はれてしまうようなものは何もないということを結論する。このことからして、活力は常に保存されること、従って作用以前に一つまたはそれ以上の物体に含まれている活力は、作用の後において一つの物体またはその他の諸物体の中に現われるということが推論される。私が「活力の恒存」と呼ぶのは、つまりこのことである。」

といっている。

既に記した様に、自由な或いは結合せられた物体の重量 $w \cdot w' \cdot w''$…… 質量 $m \cdot m' \cdot m''$…… 落下の距離 $h \cdot h' \cdot h''$ 落下による速さを $v \cdot v' \cdot v''$…… とすれば

$$\sum wh = \frac{1}{2}\sum mv^2$$

であった。ここで若し、これらの物体がその最初の速さが O でなく $v_0 \cdot v_0' \cdot v_0''$…… であったとすれば、仕事による活力の増加を考えて

$$\sum wh = \frac{1}{2} \sum m\,(v^2 - v_o^2)$$

となる。ここで w は必ずしも重量でなくても、任意の一定なる力 p であって差支えない。その場合には h は落下の距離ではなく、力の方向に動いた距離 s となる。更に一般的に考えて力が一定でなく可変的である場合には $wh \cdot w'h' \cdots$ の代りに $\int pds \cdot \int p'ds' \cdot \int p''ds'' \cdots\cdots$ を用いて

$$\int pds + \int p'ds' + \int p''ds'' + \cdots\cdots = \frac{1}{2} \sum m\,(v^2 - v_o^2)$$

$$\sum \int pds = \frac{1}{2} \sum m\,(v^2 - v_o^2)$$

オイラー (Leonhard Euler. 1707~1783) は、こうした一般化から、物体が定点を中心として、その方向に何等かの法則に従う力によって引かれるとすると、活力の増加は物体の最初の距離と最後の距離との差によって定まる。活力の増加は力の仕事によって計られることを見出した。ダニエル・ベルヌーイはこの考えを更に進め、自由に運動し得る二物体が相互に引力を及ぼし合う場合に拡張し、「自然は如何なる場合にも活力の保存の大法則を拒否しない。」と結論した。

「活力の恒存」の法則は、一見してそれに反するように思える処にもあてはまることを、ヨハンもダニエルも述べている。

「例えば物体が完全弾性を有しないときは、衝突の際に原状に戻らないため活力の一部分はそのまま失われるように見える。しかし我々は次のように考えざるを得ない。即ちこの衝突は、弾性ばねを圧し縮めて、それを輪金で止め

て再び伸張しないようにし、このようにしてその上に働く物体から受取った活力を吐き出させないで、自分の中に引きとめておくのと一致する。従って活力の喪失は起らない。」と。

従ってこの二人は物体運動の分子運動への転化および熱の力学的当量を発見するということに非常に近づいていた訳である。しかしこの当時及びそれに次ぐ時代に欠けていたものは、確実な数値に関する点であった。物理学の実験的な方面がもっと進歩していたら、自然の諸力の相互関係の知識も容易に得られたであろう。

十八世紀末から十九世紀初頭にかけて、活力恒存の法則への認識は愈々深められていった。

中心力を受ける質点のシステムに於ては、活力は唯システムの瞬間瞬間の配列のみによって定められ、力の函数の変化が、力のなす仕事を与える。いかなる道筋によって変化が行われたかは問題にならない。同一の配列に戻った場合、活力は再び同一となる。この法則によって、純力学的作用による永久機関の組立は全然不可能とされるに至った。しかし、ここでのこの法則の妥当性は、現在「保存的」と呼ばれている一定の力にのみ制限されなければならなかった。

さてこの法則を流体の運動法則に適用して、すぐれた結果を得たのは、ダニエル・ベルヌーイであった。その応用ぶりを見てみよう。

常に摩擦なき液で満されている容器 A を考える。従って液が下の口より流出しても、その水面は変化しない。水面より液の任意の一部までの鉛直距離を Z とし、ここに底面積 a、高さ h なる柱状の容積エレメントを考える。これが今重力によって下方に働くものとする。

液の密度を ρ、エレメントの速さを v、ここでの液の単位面積当りの圧力を p とする。エレメントの上面が受ける圧力は ap であるが、下面では $a\left(p+\frac{dp}{dz}h\right)$ で圧力が下にゆくほど大になる場合、エレメントは上方に向っ

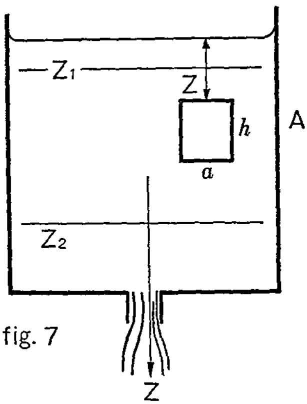


fig. 7

て

$$a\left(p+\frac{dp}{dz}h\right)-ap=a\frac{dp}{dz}h$$

の圧力をうけることになる。従って液が dz だけ、重力によって下る場合、この圧力のする仕事 $a\frac{dp}{dz}hdz$ だけ、重力のなす仕事は小になる。そこで活力恒存の法則は

$$ah\rho d\left(\frac{v^2}{2}\right)=ah\rho g\,dz-a\frac{dp}{dz}hdz$$

となる。これを簡単にすると

$$\rho d\left(\frac{v_2}{2}\right)=\rho gdz-\frac{dp}{dz}dz$$

積分をすると

$$\rho\frac{v^2}{2}=\rho gz-p+c$$

液の Z_1・Z_2 の深さにおける横断面の速さを各々 v_1・v_2 圧力を p_1・p_2 とすると

$$\frac{\rho}{2}(v_1^2-v_2^2)=\rho g(Z_1-Z_2)+(p_2-p_1)$$

が得られてくる。これが所謂流体に関するベルヌーイの定理である。

一八〇二年ヤング（Thomas Young. 1773~1829）は、他の人々によって活力と名づけられた量を十分に尊重し、

これに一つの特別な名称を与える必要を感じ、今日のごとき意味での運動エネルギーの名称を初めて使用した。活力亦はエネルギー原理は、純力学的な分野に制限されていて、物理学のすべてに一貫することが出来なかったし、これの工業への活用など思いもよらなかった——工業に於ても仕事概念のより精密な研究が要求されるようになった。その現れの一つはワット（James Watt）の馬力なる概念である——ので殆ど忘却されるに至った。

（其の一、終）（卅四・十一・廿六）